

FUNTZIOAK

Limiteak, deribatuen erabilerak eta irudikapena

Irakaslearentzako gida didaktikoa

Pedagogia taldea

Alaitz Romo Arizmendi
Santo Tomas Lizeoa. Donostia-San Sebastián

Manex Mujika Amunarriz
Santo Tomas Lizeoa. Donostia-San Sebastián

Xabier Insausti Sarasola
Tecnun. Universidad de Navarra.
Donostia-San Sebastián

Talde teknikoa

Nicolás Serrano Bárcena
Tecnun. Universidad de Navarra.
Donostia-San Sebastián

Carmen Blanco del Prado
Tecnun. Universidad de Navarra.
Donostia-San Sebastián

1. Helburuak eta edukiak

1.1 Codex erraminta

Eduki didaktikoak online editatzeko erraminta da Codex. Irakasleak elementu teoriko zein praktikoak sor ditzake ikasleak landu ditzan.

Codex barruko elementuak askotarikoak izan daitezke: eduki teorikoa duten apunteak, zuzenketa automatikoa duten online ariketak, Geogebra bezalako aplikazioetara lotura dutenak eta abar. Irakasleak sortzen dituen elementu horiek guztiak modu ordenatu eta egituratuan jasotzen dira eta ikasleari lan-koadernoaren erara aurkezten zaizkio.

Codex, edozein ikasgaitarako erabil daitezkeen arren, Matematikak dituen behar espezifikoak erantzuteko diseinatu da. Merkatuan online azterketak eta ebaluazioak egiteko produktu asko daude era askotako galde-erantzunak onartzen dituztenak (egia/gezurra, erantzun anitz, hutsuneak bete eta abar). Matematikarako, baina, ez dira egokiak izaten, ikasgai honetan erantzunak hainbat modutan idatz daitezkeen adierazpen algebraikoak izaten baitira. Codex-ek adierazpen algebraikoak erabiltzea ahalbidetzen du, bai enuntziatuetan eta bai automatikoki ebaluatzen diren erantzunetan ere.

Ariketen ebaluazio automatikoak abantaila ugari ditu. Horietan garrantzitsuenetako bat autoebaluatzeko gaitasuna garatzea da; izan ere, koaderno edo ariketak bukatzean, sistemak egindakoaren informazioa bidaltzen dio ikasleari. Informazio hori kuantitatiboa eta kualitatiboa da eta, beraz, ikasleak bere ikasketa-prozesua doitu dezake informazio hori erabiliz.

Online erraminta bat izanik, ikasleak edozein gailutan eta lekutan izango du eskura; baldintza bakarra Interneteko konexioa edukitzea da. Ikasleak, beraz, edozein unetan egin dezake lan bere koadernoko elementuetan eta utzitako lekuan berreskuratuko du.

1.2 Funtzioak: limiteak, deribatuen erabilerak eta irudikapena

Funtzioak ikasgaia **Codex** erremintaren bidez garatu da eta, Batxilergoko 1. eta 2. mailako Matematika eta Gizarte Zientzietara bideratutako Matematikako ikasleei dago zuzendua. Matematikako “4. Gaia. Analisia” eta Gizarte Zientziei Aplikaturako Matematikako “3. Gaia. Analisia” ataletako gaiak lantzen ditu: funtzioak, funtzio motak, limiteak, jarraitutasuna, azterketa lokala, funtzioen adierazpen grafikoa eta optimizazioa unitate didaktikoak¹.

Hurrengo atalean, materialaren egitura eta edukiak zehaztuko dira.

Ikastaroaren egitura eta edukiak azaltzeko eta azalpena errazteko asmoz, elementuak koadernotan eta ataletan banatu dira. Dena den, irakasle bakoitzak elementuak nahi dituen moduan eta unean erabili ahal izango ditu eta bai berriak sortu ere. Gida didaktiko honen eranskinean azaltzen da nola egin daitezkeen.

¹ Cfr. Batxilergoko curriculum

https://www.euskadi.eus/contenidos/informacion/inn_heziberri_dec_curriculares/eu_def/adjuntos/Batxilergoko_curriculum_oso.pdf Matematikarako Konpetentzia.

Matematika. 1. Batxilergoko edukiak. 4. Multzoa. Analisia. 229. orrialdea.

Matematika. 2. Batxilergoko edukiak. 4. Multzoa. Analisia. 237. orrialdea.

Gizarte Zientziei Aplikaturako Matematika. 1. Batxilergoko edukiak. 3. Multzoa. Analisia. 247-248. orrialdea.

Gizarte Zientziei Aplikaturako Matematika. 2. Batxilergoko edukiak. 3. Multzoa. Analisia. 254. orrialdea.

2. Egitura

Honoko atal hauek ageri dira:

0. Sarrera

Adierazpen algebrakoak behar bezala nola idatzi azaltzen da azalpen motz eta adibideen bidez.

Lehenengo hurbilketa batean zaila dirudien arren, esperientziagatik dakigu ikasleek erraz bereganatzen dutela aplikazioaren sintaxia. Ikasleak paperean lan egingo du normalean eta erantzuna lortu ondoren bakarrik sartuko du erramintan, ebaluazio automatikoa egiteko.

1. Funtzioak. Limiteak eta jarraitutasuna

1.1. Funtzioak

Funtzioak, DBHn landu diren arren, zenbait kontzeptu eta prozeduren erreposoa egin da: izate-eremua eta ibiltartea, batuketa, biderketa eta funtzioen konposizioa.

Frogatu da, zenbait adibideren bidez, funtzioen konposizioa ez dela trukakorra, eta funtzio baten alderantzizkoa aurkeztu da.

Atal honetan, 10 ariketa daude kontzeptuok lantzeko.

1.2. Oinarrizko funtzioak

Oinarrizko funtzioak deskribatu dira: funtzio lineala, funtzio koadratikoa, funtzio alderantziz proportzionala, erro funtzioa, balio absolutu funtzioa, funtzio esponentziala eta funtzio logaritmikoa.

Geogebra applet-en bidez, ikasleak funtzioen zenbait propietate ondorioztatuko ditu.

Atal honetan, 10 ariketa daude.

1.3. Funtzioen oinarrizko transformazioak

Geogebra applet dinamikoaren bidez, funtzioen oinarrizko transformazioak aurkeztu dira: translazioa, uzkurdura, dilatazioa eta koordenatu ardatzekiko simetriak.

Atal honetan, 10 ariketa daude.

1.4. Funtzioen limiteak

Adibide eta balio-taulen bidez, funtzio baten limitea, puntu batean eta infinituan, aurkeztu da. Limiteekin egindako eragiketen propietateak adierazi dira. Adibideen bitartez, indeterminazioaren kontzeptua landu da, nahiz eta limitearen balioa ezin aurreikusi limitea existitu daitekeela azpimarratuz.

Zenbait limiteren kalkulurako prozedurak lantzen dira, adibide eta ariketen bidez:

- $\frac{0}{0}$ indeterminazioa
 - Funtzio arrazionalen limiteen kalkulua faktORIZAZIOAREN bidez.
 - Limiteen kalkulua, konjugatuaren bidez.
- $\frac{\infty}{\infty}$ indeterminazioa
 - Funtzio arrazionalen limiteen kalkulua, maila altueneko monomioarekin zatitzearen bidez.
- $\infty - \infty$ indeterminazioa.
 - Limiteen kalkulua, konjugatuaren bidez.
- 1^∞ indeterminazioa.
 - Limiteen kalkulua, e zenbakiaren bidez.

Atal honetan, bideo bat eta 20 ariketa daude.

1.5. Jarraitutasuna

Funtzio bat puntu batean jarraitua izatearen definizioa lantzen da. Jarraitutasun mota ezberdinak deskribatu dira eta euren adierazpen grafikoarekin lotu.

Atal honetan, bideo bat eta 10 ariketa daude.

2. Funtzioen azterketa lokala eta adierazpen grafikoa

2.1. Deribatuaren aplikazioa azterketa lokalean

Funtzio baten gorakortasun-beherakortasun eta ganbiltasun-ahurtasun kontzeptuak definitu dira. Gorakortasuna/ beherakortasuna lehen deribatuarekin lotzen dituzten propietateak azaldu eta justifikatu dira. Modu berean, ganbiltasuna/ ahurtasuna bigarren deribatuarekin lotzen dituzten propietateak azaldu eta justifikatu dira.

Maximo eta minimo erlatiboak eta inflexio-puntua definitu, eta berauek existitzeko beharrezkoak diren propietateak enuntziatu eta justifikatu dira.

Atal honetan bideo bat eta 7 ariketa daude.

2.2. Funtzio deribagarrien teorema eta L'Hôpital-en erregela

Rolleren eta Batezbesteko balioaren teorema enuntziatu eta frogatu dira. Teorema horien frogapenak jarri dira, curriculumetik kanpo geratu arren, frogapen-tekniken sarrera gisa erabiltzeko aukera egokia direlakoan. 2 ariketa daude, ondorioa lortzeko baldintzak betetzea ezinbestekoa dela azpimarratzeko.

L'Hôpital-en erregelaren kasuan, enuntziatu eta erabilera adibide batzuk bakarrik jarri dira. 5 ariketa daude.

2.3. Funtzioen adierazpena

Adar parabolikoak, eta asintota horizontalak, bertikalak eta zehiarrak definitu dira eta nola kalkulatu azaldu da.

Definizio horiekin eta aurreko ataletako propietateekin, ikasleak funtzioak aztertu ditzake eta adierazpen grafikoak egin. Bideo bat, zenbait adibide eta 5 ariketa gidatu daude funtzio polinomiko eta arrazionalen adierazpen grafikoa egiteko.

3. Optimizazio-ariketa

Problemen ebazpena eduki metadiziplinarra da. Optimizazio ariketen bidez, ikasleak erreminta egokia ezagutuko du matematika bizitza errealean, gizarte- zein zientzia-esparruan, erabiltzeko.

Bost ariketa gidatu daude, non azken emaitzara iristeko azken funtzioa, deribatuen tarteko balioak, deribatuen zeinuaren azterketa eta abar eskatzen diren.

Bideo bat dago ariketen adibide gisa.

3. Metodologia

Aipatu bezala, erraminta irekia da eta, beraz, irakasleak bere beharren arabera antolatuko ditu elementuak (edo berriak sortu) koadernoetan. Irakasleak egindako programazioaren arabera erabakiko du zer elementu diren egokienak une bakoitzean.

Materiala eta erraminta oso malguak izanik, modu ezberdinetan erabil daiteke:

- Alderantzizko ikasgela deituriko metodologiarako material bezala, non ikasleak klasera joan aurretik edukiak lantzen dituen eta autoebaluazioak egiten. Irakasleak ikasleen errendimendua ikusi ahal izango du ikasle bakoitza non dagoen jakiteko.
- Klasean lan egiteko material bezala. Irakaslearen azalpenaren ondoren egiteko ariketa ugari daude. Erraminta honen bidez, irakasleak jakin dezake ikasle bakoitza nola ari den, eta, horrela, zailtasuna gehien dutenengana hurbildu daiteke, aurreratuen dabiltzanei ariketa berriak proposatu eta abar.
- Etxean lan egiteko material bezala. Ariketak automatikoki zuzentzen direnez eta ikasleak egindakoaren inguruko mezuak jasotzen dituzenez, ikasleak bere ikasketa prozesua doitu dezake irakasleak klasean egin dezakeen zuzenketara itxaron beharrik izan gabe. Elementuak eta koadernoak diseinatzean, irakasleak definituko du ikasleak zenbat aukera izango dituen ariketa bat egiteko. Zenbait ariketatant Geogebra-ko applet-ak txertatu dira ikasleak bere emaitza bertan konproba dezan, emaitza dagokion gelaxkan jarri aurretik.
- Ikasleak ebaluatzeko erraminta bezala. Irakasleak koaderno bat diseina dezake, ikasleak denbora jakin batean egin dezan eta automatikoki zuzendutako emaitzak irakasleak erabakitzen duenean bakarrik ikusi ahal izan ditzan.

Enuntziatuak parametrizatzeko aukera oso baliagarria da ikasle bakoitzak ariketa berdina baina parametro ezberdinak izango dituelako (adibidez, ikasle guztiek $y = \sqrt{ax^2 - b^2}$ funtzioaren izate eremua kalkulatuko dute, baina bakoitzak a eta b parametroen balio ezberdinak izango ditu). Hori horrela, azterketetan zein etxerako lanetan enuntziatuak pertsonalizatuak izango dira.

4. Baliabide gehigarriak

Irakasleak, beraz, diseinatutako materiala erabil dezake, baina nahi dituen elementuak sortu eta igo ditzake plataformara bere ikasleen beharren arabera.

Material gehigarria ere txerta dezake: bibliografia, web orriak, albisteak eta abar.

Gidaren eranskinean azaltzen da irakasleak bere materiala nola sortu.